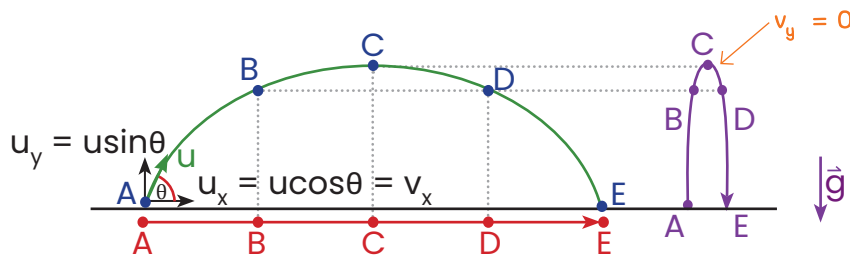


บทที่ 7: โพรเจกไทล์

(วิถีโค้งพาราโบลา)



แกน x → ไม่มีแรงกระทำ → ความเร็วคงที่ ($\vec{v}_x = 0$) → $s_x = v_x t$
($\Sigma F_x = 0$)

แกน y → มี mg กระทำตลอด → ความเร็วไม่คงที่ ($a_y = g$) → $s_x \ u_x \ v_x \ a_x \ t$

เวลา → ทั้งสองแกนมี t เดียวกัน เพราะ move พร้อมกัน

→ $t_{\text{ขึ้น}} = t_{\text{ลง}}$ (ระหว่าง 2 ระดับใดๆ)

เช่น $t_{AC} = t_{CE}$ หรือ $t_{BC} = t_{CD}$

→ ยิ่งสูง ยิ่งใช้เวลาเยอะ: $t \propto \sqrt{s_y}$

$$v_y = u_y + gt$$

$$v_y = \dots\dots\dots$$

$$s_y = \dots\dots\dots$$

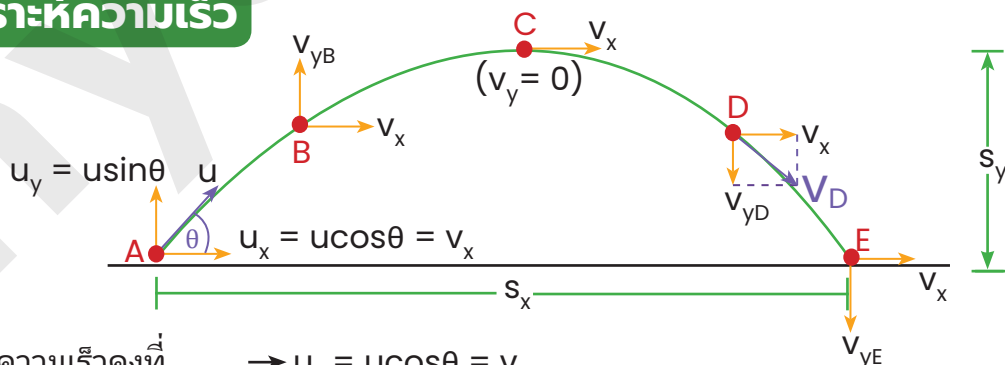
$$s_y = \dots\dots\dots$$

$$s_y = \dots\dots\dots$$

ตาม $u \oplus$

สวน $u \ominus$

การวิเคราะห์ความเร็ว



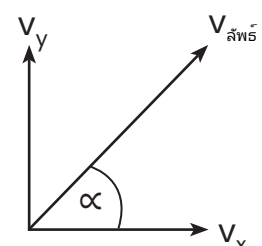
V_x : ความเร็วคงที่ → $u_x = u \cos \theta = v_x$

V_y : ความเร็วเปลี่ยนไป → $v_y = u_y + gt$ โดย $u_y = u \sin \theta$

$v = v_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ จะมีทิศตามแนวเส้นสัมผัส

คำนวณทิศของ v ได้จาก $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$ หรือ $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$

ที่จุดสูงสุด $v_y = 0$ แต่ $v_x \neq 0$ ทำให้ $v_{\text{ลัพธ์}} \neq 0$



เทคนิคสำหรับวิถีโค้งแบบสมมาตร

หาเวลา:

$$t = \frac{2u \sin \theta}{g}$$

หาระยะไกลสุด:

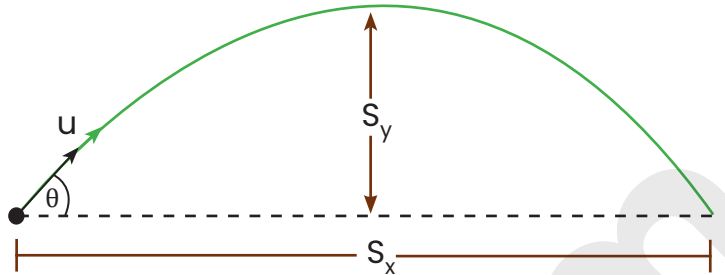
$$S_x = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

หาระยะสูงสุด:

$$S_y = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

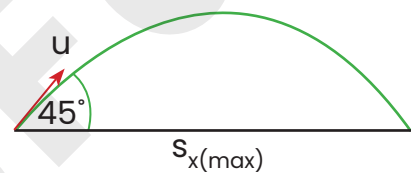
หามุมยิง (θ):

$$\frac{S_y}{S_x} = \frac{1}{4} \tan \theta$$

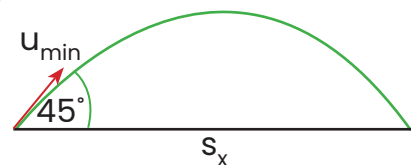


สมบัติที่น่าสนใจ

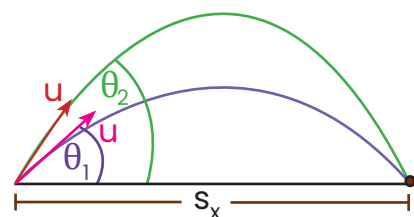
มุมยิงที่ทำให้เกิด S_x ไกลสุด $\rightarrow \theta = 45^\circ$



มุมยิงที่ปาแล้วใช้ u น้อยสุด $\rightarrow \theta = 45^\circ$



ปาริวิถีโค้งสองครั้งโดยให้ u เท่ากัน จะตกไกลเท่ากันเมื่อ $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$





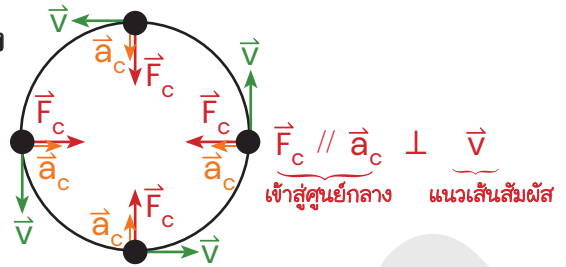
บทที่ 8: วงกลม

หลักการ: จะเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ ต้องมีแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง ($\vec{F}_c$)

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$



คาบ: เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ครบ 1 รอบ
(Period: T)

$$T = \frac{\text{เวลา}}{\text{รอบ}}$$

ความถี่(f): จำนวนรอบที่เคลื่อนที่ใน 1 หน่วยเวลา

$$f = \frac{\text{รอบ}}{\text{เวลา}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

ความเร็ว

→ m/s
 $\vec{v}$: ความเร็วเชิงเส้น: $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf$$

→ rad/s
 $\vec{\omega}$: ความเร็วเชิงมุม: $\vec{\omega} = \frac{\vec{\theta}}{t}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$v = \omega R$$



แนวทางการวิเคราะห์โจทย์

**เขียน
รูป**

เขียนแรงที่จำเป็นต่อการคำนวณให้ครบ

“mg มีทิศ.....
N มีทิศ.....
f มีทิศ.....
T มีทิศ.....”

**แตก
แรงแสง**

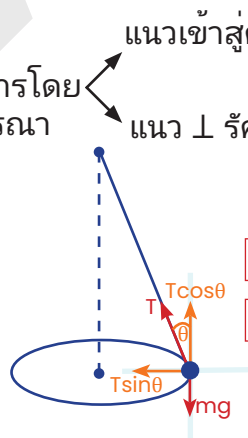
แตกเวกเตอร์เข้าแกน

แนวเข้าสู่ศ.ก. → แนวรัศมี

แนวตั้งฉากกับศ.ก. → แนวเส้นสัมผัส

**ตั้ง
สมการ**

ตั้งสมการโดยพิจารณา



แนวเข้าสู่ศ.ก. ใช้ F_c

ถ้าไม่มี a_r ; $\Sigma F_r = 0$

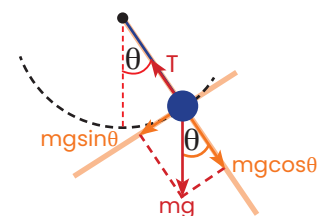
ถ้ามี a_r ; $\Sigma F_r = ma_r$

แนว $\perp$ รัศมี

$$x; F_c \quad T \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$y; \uparrow = \downarrow \quad T \cos \theta = mg$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$



$$F_c; mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Sigma F_T = ma_T$$

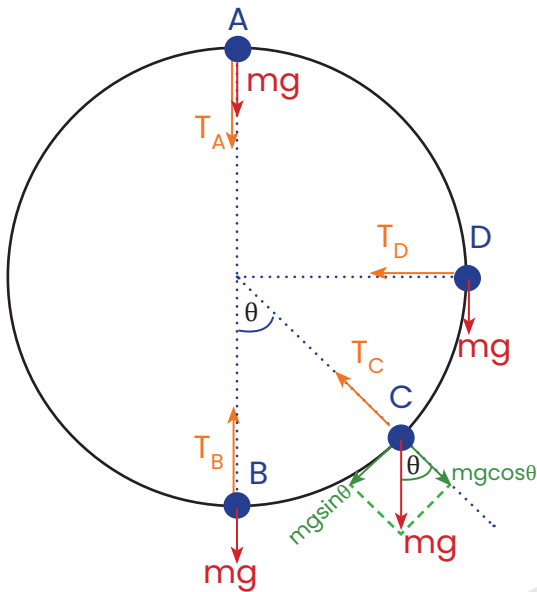
$$mg \sin \theta = ma_T$$

ข้อควรระวังเกี่ยวกับ $\vec{a}$

ใน ก.ค.ท. วงกลม $\xrightarrow{\text{(ต้องมี)}} \vec{a}_c; a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
 $\xrightarrow{\text{(อาจมี)}} \vec{a}_T; a_T = \frac{\Sigma F_T}{m}$ ต้องมียแรงเหลือในแนวเส้นสัมผัส

$a_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}$

การวิเคราะห์วงกลมในแนวตั้ง



A; $T_A + mg = \frac{mv_A^2}{R} \rightarrow T_A = \frac{mv_A^2}{R} - mg \rightarrow T_{\min}$
 B; $T_B - mg = \frac{mv_B^2}{R} \rightarrow T_B = \frac{mv_B^2}{R} + mg \rightarrow T_{\max}$
 C; $T_C - mg \cos \theta = \frac{mv_C^2}{R} \rightarrow T_C = \frac{mv_C^2}{R} + mg \cos \theta$
 D; $T_D = \frac{mv_D^2}{R} \rightarrow T_D = \frac{mv_D^2}{R}$

สรุป

ที่บน A; $T_{\min}, v_{\min}$

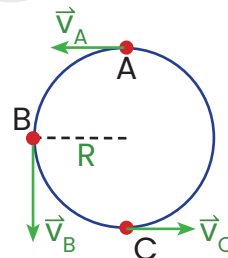
ที่ล่าง B; $T_{\max}, v_{\max}$

$v_{\max}$ ที่ทำให้พอดีวงเป็นวงกลมในแนวตั้ง

$$v_{\min}(A) = \sqrt{Rg}$$

$$v_{\min}(B) = \sqrt{3Rg}$$

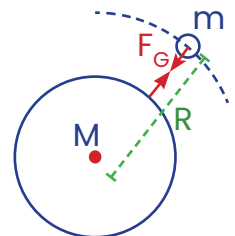
$$v_{\min}(C) = \sqrt{5Rg}$$



การโคจรรอบดาวศูนย์กลาง

$F_G = \frac{GMm}{R^2}$ F_G ทำหน้าที่เป็น F_c
วัด R จากศูนย์กลางดาว

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$



ความเร็ว

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

คาบ

เปรียบเทียบผลการโคจรรอบดาวดวงเดิม $\Rightarrow$

(กฎแห่งคาบ)

$$T^2 \propto R^3$$

เปรียบเทียบผลโดยดาวศูนย์กลางคนละดวง $\Rightarrow$

$$T^2 \propto \frac{R^3}{M}$$